

108年公務、關務人員升官等考試、108年交通  
事業郵政、公路、港務人員升資考試試題

等 級：薦任  
類科(別)：經建行政  
科 目：統計學  
考試時間：2小時

座號：\_\_\_\_\_

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、根據內政部統計，臺灣滿 65 歲以上之老年人口比率已在 2018 年達到 14.1%，臺灣已正式邁入「高齡社會」。某社會學學者研究發現臺灣 6 個直轄市的家戶用在長期照護的年支出服從平均數為  $\mu$ ，變異數為  $\sigma^2$  之常態分配，此處  $\mu$  與  $\sigma^2$  皆未知。今由 6 個直轄市隨機抽出  $n$  個家戶，調查其用在長期照護的年支出，得到隨機樣本  $X_1, X_2, \dots, X_n$ 。(每小題 10 分，共 40 分)

(一) 求出母體變異係數  $\frac{\sigma}{\mu}$  之最大概似估計量 (maximum likelihood estimator)。

(二) 某衛生福利部官員提出未來補助上限擬定為  $\theta = \mu + 3\sigma$ ，求出此上限  $\theta$  之最小變異不偏估計量 (uniformly minimum variance unbiased estimator)  $\hat{\theta}$ 。

(三) 假設  $\sigma^2$  已知，求出機率  $P(X_1 > 5)$  之不偏估計量的變異數的 Cram'er-Rao 下限 (Cram'er-Rao lower bound)。

(四) 假設  $\sigma^2$  已知，求出機率  $P(X_1 > 5)$  之信賴水準  $100(1-\alpha)\%$  的信賴區間。

二、交通部檢討斷橋事件後，嚴格要求未來各單位在進行橋梁施工時，所使用之鋼索的韌性的誤差值，必須符合平均數為 0，變異數為 1 之常態分配。今由符合規定之廠商隨機抽取二支鋼索，測其韌性之誤差值，得二筆隨機樣本資料。(每小題 10 分，共 30 分)

(一) 求出此二筆觀測值中之較小者，小於分配之中位數的機率。

(二) 求出此二筆觀測值之全距  $R$  之機率密度函數。

(三) 求出上述題(二)中，全距  $R$  的變異數。

三、中美貿易戰一開打，台股就應聲跌了七百多點。某財經學者研究台股加權指數（以  $Y$  表示）與美元兌人民幣之匯率（以  $X$  表示）的關係，考慮建立下列迴歸模型：

$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i^2 + \varepsilon_i$ ， $i = 1, 2, \dots, n$ ；其中  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \dots, \varepsilon_n$  為相互獨立且具常態分配  $N(0, \sigma^2)$  之隨機變數。（每小題 10 分，共 30 分）

- (一) 求出  $\beta_0$  與  $\beta_1$  之最小平方估計量  $\hat{\beta}_0$  及  $\hat{\beta}_1$ 。
- (二) 求出上述  $\hat{\beta}_0$  及  $\hat{\beta}_1$  之共變異數  $Cov(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1)$ 。
- (三) 求出  $\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1$  之變異數  $Var(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1)$ 。